Teoria sterowania (TST)

Projekt 1

Maciej Kłos

# Założenia projektu

Przygotowano skrypt, który na podstawie zadanych mu wartości własnych, oblicza macierz podobną do macierzy diagonalnej z wartościami własnymi umieszczonymi na przekątnej. Następnie za pomocą polecenia eig() z pakietu MATLAB wyliczane są wektory własne i generowane odpowiednie wizualizacje zapisane w poleceniu zadania.

# Przeprowadzone badania

Przeprowadzono badania dla różnych wartości własnych macierzy:

* Wartości własne rzeczywiste o tej samej wartości
* Wartości własne rzeczywiste o różnych wartościach
* Wartości własne zespolone sprzężone do siebie

# Wyniki badań

## Wartości własne o tej samej wartości

### Wartości własne równe 1

Dla takich wartości układ jest stabilny, przez co trajektoria punktów początkowych zostaje w tym samym punkcie.



### Wartości własne mniejsze od 1, większe od 0

W tym przypadku układ jest asymptotycznie stabilny, trajektorie układają się po liniach prostych, zbliżając się coraz bardziej do 0.



### Wartości własne większe od 1

W tym przypadku układ jest niestabilny, trajektorie przemieszczają się wzdłuż linii prostych oddalając się coraz bardziej od punktu równowagi.



### Wartości własne równe 0

W tym przypadku układ jest stabilny, trajektorie w jednym kroku zbiegają do 0.



### Wartości własne mniejsze od 0

W tym przypadku trajektorie zbiegają do punktu 0, jednakże robią to przeskakując nad nim w każdej iteracji, podobnie poruszają się po liniach prostych.



## Wartości własne o różnych wartościach

### Obie wartości własne mniejsze od 1

W każdym kroku trajektoria danego punktu przesuwa się w kierunku zdefiniowanym przez wektor własny o odległość odpowiadającej mu wartości własnej. Układ jest stabilnym trajektorie mogą poruszać się po linii prostej, bądź też po łukach.



### Jedna z wartości własnych większa od 1

Układ jest niestabilny punkty mogą się zbliżyć do punktu równowagi, jednakże w ostateczności odbiegają od niego.



### Obie wartości własne większe od 1

Układ jest niestabilny, trajektorie oddalają się od punktu równowagi zgodnie z kierunkiem wektorów własnych o odległość równą odpowiadającym im wartościom własnym. W zależności od punktu początkowego mogą się poruszać po liniach prostych lub krzywych.



### Jedna wartość dodatnia mniejsza od 1, oraz jedna ujemna większa od -1

Układ jest stabilny jednakże w każdym kroku trajektorie przeskakują nad punktem równowagi

### 

### Jedna wartość dodatnia mniejsza od 1, oraz jedna ujemna mniejsza od -1

Układ jest niestabilny, na początku trajektoria może zbiegać w kierunku punktu równowagi, jednak później w każdym kroku przeskakuje nad punktem 0, coraz bardziej się od niego oddalając.



### Jedna wartość dodatnia większa od 1, oraz jedna ujemna większa od -1

### Układ jest niestabilny, na początku trajektorie mogą zbiegać do punktu równowagi, jednakże potem coraz bardziej od niego odbiegają.



### Obie wartości ujemne większe od -1

Układ jest stabilny asymptotycznie, jednakże w każdym kroku trajektoria przeskakuje nad punktem równowagi.

### 

### Jedna wartość ujemna mniejsza od -1 i jedna ujemna większa od -1

Jak widać na początku trajektoria na początku może zbiegać do punktu 0 przeskakując nad punktem równowagi, jednakże w końcu oddala się od niego coraz bardziej.



### Obie wartości ujemne mniejsze od -1

Układ jest niestabilny, trajektorie w każdym kroku przeskakują nad punktem równowagi, coraz bardziej się od niego oddalając.



### Jedna wartość równa 1, druga dodatnia mniejsza od 1

Układ jest stabilny, trajektorie w liniach prostych zbiegają do prostej przechodzącej przez punkt 0.



### Jedna wartość równa 1, druga dodatnia większa od 1

Układ jest niestabilny, trajektorie w równoległych liniach prostych oddalają się od punktu równowagi.



### Jedna wartość równa 1, druga ujemna większa od -1

Układ jest stabilny, trajektorie w liniach prostych zbiegają do prostej przechodzącej przez punkt 0, przeskakując nad tą prostą w każdej iteracji.



### Jedna wartość równa 1, druga ujemna mniejsza od -1

Układ jest niestabilny, trajektorie w równoległych liniach przeskakują nad punktem równowagi, oddalając się od niego coraz bardziej.



### Jedna wartość równa 0, druga dodatnia mniejsza od 1

Układ jest stabilny asymptotycznie, w pierwszej iteracji trajektoria zbiega do prostej wyznaczonej przez wektor własny, następnie porusza wzdłuż niej do punktu równowagi.



### Jedna wartość równa 0, druga dodatnia większa od 1

Układ jest niestabilny, w pierwszej iteracji trajektoria zbiega do prostej wyznaczonej przez wektor własny, następnie wzdłuż niej oddala się od punktu równowagi.



### Jedna wartość równa 0, druga ujemna większa od -1

Układ jest stabilny asymptotycznie, w pierwszej iteracji trajektoria zbiega do prostej wyznaczonej przez wektor własny, następnie przeskakując nad punktem równowagi zbliża się do niego coraz bardziej.



### Jedna wartość równa 0, druga ujemna mniejsza od -1

Układ jest niestabilny, w pierwszej iteracji trajektoria zbiega do prostej wyznaczonej przez wektor własny, następnie przeskakując nad punktem równowagi oddala się od niego.



## Wartości własne zespolone

### Wartości o części rzeczywistej dodatniej i module mniejszym od 1

Układ jest stabilny asymptotycznie, trajektorie zbiegają po spiralach do punktu równowagi.



### Wartości o części rzeczywistej dodatniej i module większym od 1

Układ jest niestabilny, trajektorie po spiralach oddalają się od punktu równowagi.

### 

### Wartości o części rzeczywistej ujemnej i module mniejszym od 1

Układ jest stabilny, trajektorie przeskakują po spiralach dookoła punktu stabilności, zbliżając się do niego coraz bardziej.



### Wartości o części rzeczywistej ujemnej i module większym od -1

Układ jest niestabilny, trajektorie przeskakują po spiralach dookoła punktu stabilności, oddalając się od niego coraz bardziej.



### Wartości o części rzeczywistej równej 0

Układ stabilny, trajektorie zbiegają po spiralach do punktu 0.



### Wartości o części rzeczywistej równej 0 i urojonej równej 1

Układ stabilny, trajektorie przeskakują do tych samych punktów stabilnych.



# Wnioski

* Wektory własne macierzy wyznaczają kierunek w którym są przemieszczane punkty znajdujące się w układzie. Wartości własne natomiast wyznaczają odległość o którą punkt zostanie przesunięty.
* Dla wartości własnych o module mniejszym od 1 układy są stabilne – trajektorie zbiegają do punktu stabilności
* Dla wartości własnych o module większym od 1 układy są niestabilne – trajektorie oddalają się od punktu stabilności
* Układy z wartością własną o części rzeczywistej mniejszej od 0 trajektorie przeskakują dookoła punktu stabilności
* Dla wartości własnych zespolonych trajektorie przyjmują kształt spirali